



ABC予想と数学のゆくえ

谷村省吾

望月新一教授がABC予想という数学の難問を解いたというニュースが2012年9月に駆け巡りました(望月氏の論文は同年8月30日にインターネット公開されていたそうです)。ABC予想を述べるには根基という概念が必要です。自然数 n の互いに異なる素因数の積を n の根基(radical)といい、 $\text{rad}(n)$ と書きます。例えば

$$\begin{aligned}\text{rad}(27) &= \text{rad}(3^3) = 3, \\ \text{rad}(28) &= \text{rad}(2^2 \cdot 7) = 2 \cdot 7 = 14, \\ \text{rad}(29) &= 29\end{aligned}$$

といった具合です。ABC予想の述べ方は何通りかあるようですが、素朴な設定では「任意の正の実数 ε に対し、自然数の三つ組 a, b, c で、どの二つも互いに素(公約数が1)、 $a+b=c$ かつ

$$\{\text{rad}(abc)\}^{1+\varepsilon} < c$$

を満たすようなような組 (a, b, c) は有限個しかない(だろう)」というのがABC予想です。実際、 a, b に適当な数をあてはめると($\varepsilon=1$ もあてはめると) $\{\text{rad}(abc)\}^2 \geq c$ となることが多いことが確かめられます。

私は理論物理が専門で、数学を少しは知っていますが、整数論は苦手です。望月教授の論文をちらっと見ましたが、私が思っていたような整数論ではないし、私には到底読めません。論文のタイトル Inter-universal Teichmüller Theory からして壮大すぎます。International なら「国と国の間、国際」という意味ですが、Inter-universal は訳すなら「宇宙と宇宙の間、宇宙際」となり、何を表しているのだろうと想像をかきたてられますが、真意はわかりません。

望月論文は全編500ページもあり、プロの数学者でも読んで理解して誤りが無いかチェックするには膨大な時間を要するでしょう。やがては望月論文の内容を噛み砕いて解説できる人も現れるかもしれませんが、そう簡単にことは運ばないでしょう。

私は望月理論について語ることはできませんが、

このニュースに触れて思いを巡らします。興味深いのは、物理学と数学では学者の間でも「新発見」の扱いが非常に異なっているという点です。物理学上の発見、例えばヒッグス粒子が見つかったらというニュースが流れば、何万人もの物理学者がその意味をただちに理解できます。ヒッグス粒子を探索する実験チームには千人以上の人がいて、全員が実験の目的を理解しており、開発・設計・組立・実験・データ解析・チェックなどの分業体制が整っています。

他方、数学の研究は完全に個人プレーの世界です。数学は歴史が長く、いったん正しいことが証明された数学的命題は永久に正しいので、数学の知識は蓄積される一方です。かと言って一人の人間が生きている間に理解できる数学の量には限界があるので、数学は分野細分化されます。そうすると、あまりにも偉大な数学上の発見があったときに、他の人が理解できないという事態が発生します。

理論物理にも確かに難解な論文はありますが、実験物理における発見の論文が読めないということはまずありません。疑わしい「大発見」なら、大勢の物理学者が寄ってたかって検証しますし、そうやって立ち消えて行った「ニセの大発見」はニュースにならないだけで、じつはいっぱいあります。望月論文を疑う意図も能力も私にはありませんが、数学と物理学という、いわば「お隣さん」の学問でも研究体制は非常に異なっているということを言いたかったのです。

このように高度化・細分化した数学の未来はどのようなのでしょうか？ 私は私なりに数学の未来の姿を想像しますが、皆さんはどう思われるでしょう？ 私が思い描く数学の未来像は、また機会があればお話ししたいと思います。

【参考文献】 S. Mochizuki, Inter-universal Teichmüller Theory. I–IV (ネット入手可。若干の誤りが他の数学者によって指摘されたがABC予想に関する結論は変わらない、とのコメントが2012年10月14日付けで追加されています。)

(たにむら しょうご／名古屋大学)