

量子力学

歴史・骨子・展開，そして基礎付け

谷村 省吾

1. 分野考

*1) 「分野」という言葉にこだわってみたい。

学問には分野というものがある。「分野」と訳される英単語として field, area や discipline があるが，field, area が「活動の場，領域」という一般的な意味で使われるのに対して，discipline は「一定の規律に従った鍛錬」というニュアンスが強い。分野があるのは学問に限った話ではなく，職業・芸能・スポーツなど，およそ人間の活動は何らかの分野に分けられる。

なぜ分野があるのかと言えば，最大の理由は，一人の人間にできることは限られているからだろう。何でもできる人というのはいなくて，それぞれ自分の得意分野を見つけて，その分野で是とされる一定の流儀に従って己を鍛錬するから discipline としての分野が成立するのだろう。

分野は大分野・小分野という階層構造を持つ。科学は人間の活動の大きな分野であり，その小分野として物理学があり，さらに枝分かれした分野の一つに量子力学が位置付けられる。

なぜこういった分野分割が可能なのかということに関しては諸説ある。分野分けは人間の都合にすぎないという極論もあるし，科学の対象となっている自然そのものに区分的階層構造が備わって

いるという考えもある。私は両極端の間をとって，人為が関与しなくても自然界には分野的構造が潜在しており，人の感覚・思考・行動が自然界と接することによって分野構造が顕在化してくると考えている。

自然界には原子や電子がうごめくミクロの領域がたしかにある。ただ，ミクロ世界の出来事は，人間の視覚や触覚では直接的には関知できないし，人の日常的な思考様式も通用しない。ミクロ世界の現象を論理的に理解するためには，量子力学という日常感覚からかけ離れた理論を創る必要があったし，これを修得するのに特殊な鍛錬を要する分野になったのである。

2. 量子力学をどのように学ぶか

現代では，量子力学は講義や書物を通して学ぶ科目の一つであり，多くの学生や研究者にとっては諸分野の研究を進めるために使うものだと言える。原子核物理や物性物理のように，分野そのものが量子力学のいわば「応用編」として発展してきた分野もあり，そこでは量子力学は問題を解く道具である以前に，問題を語る言葉であり，量子力学を知らないことには話にならないという一面がある。急いで付け足しておくが，物性物理を研究するのに必ず量子力学が必要なわけではない。例えば古典統計力学やソフトマターなど量子力学に依存しない分野もある。

*1) 本稿は数理科学(サイエンス社)2015年2月号(Vol.53-2, No.620), 特集テーマ「物理学諸分野の拡がりとながり」, pp.26-32 に掲載された。

学生が量子力学を学ぶとき、あるいは学生に量子力学を教えるとき、どのようなアプローチが適切かという問題が頭をもたげる。量子力学の学習方法を大別すれば、歴史的アプローチと論理的アプローチとでも呼ぶべき二通りの方法が思い浮かぶ。

3. 歴史的アプローチ

歴史的アプローチは、量子力学が形成された順序どおりに試行錯誤の道のりを追体験する学習法である。1900年にプランクが黒体放射の公式を導いたときが「量子」という概念の誕生であり¹⁾、その後、長い時間と多くの人の手を経て「量子論」と呼ばれる理論が形をなしてきた。1925年にボルン・ハイゼンベルク・ヨルダンが決定版と言える理論を創り上げたとき「量子力学」という呼び名も創始した²⁾。これに伴い、それ以前の、いわば暫定版の量子論は「前期量子論」と呼ばれるようになった。

いまでは想像しにくいことだが、19世紀末から20世紀初頭にかけては「すべての物質は原子でできている」という考え（事実）はすべての物理学者に受け入れられていたわけではなかった。その頃確立していた物理の理論は力学・熱力学・電磁気学くらいで、統計力学は新しい分野であった。当時の物理理論であらゆる物理現象は説明できそうに思われていたが、それでも説明できない謎がいくつか残っていた。主な謎を列挙すると、1) 熱せられた物体が光を放つことは知られていたが、温度と光の強さ・色の関係を説明することができなかった。2) 物質が種類ごとに特定の波長の光を放出・吸収することは観察事実として知られていたが、そうなる理由がわからなかった。3) 物質の表面に紫外線を当てると電子が飛び出す光電効果の経験則が知られていたが、当時の理論ではそうなる理由を説明できなかった。4) 正電荷を持つ原子核の周りを負電荷を持つ電子が回っているのが原子の構造らしいことが判明したが、力学と電磁気学によればそのような原子は電磁波を放射して 10^{-12} 秒程度でつぶれてしまうはずだった。

当時の物理理論はこれらの事実を説明できなかった。理論を少し修正したり、頑張っただけで計算すれば正解に近づきそうだという類のエラーではなく、理論予測はとんでもなく的外れな答えで、考え方からして根本的に間違っているとしか思えない状況だった。

それで、これらの諸問題を解決するために量子論・量子力学が創られた。そんなふうになると、予定調和のサクセス・ストーリーのように聞こえるが、実際は、目に見えず指先に触れていることもわからない原子や電子というものに対して、実験で得られた手がかりと、既存の理論の何とか使えそうな部分と、あてずっぽうのような新しいアイデアとを組み合わせ、実験データに合う答えを出そうとするのだから、アイデアのつぎはぎのような理論ができていった。それが前期量子論である³⁾。

人類の感覚や思考能力は生物的進化の産物だが、そのような能力が直接には通用しないミクロの世界を理解しようとして人類が新概念や理論体系を編み出した点において、量子論の構築は人類史上最高の偉業だと私は思う。ちなみに、エネルギー準位・定常状態・量子遷移・量子数といった、いまでも使われている量子論の用語はボーアが創始した概念である²⁾。そういう概念を一から（ゼロから）創らなければならなかったのである。

しかし、試行錯誤の歩みをたどることは、いつまでも正解が見えてこない迷路をさまようような経験であり、学習者泣かせである。また、量子論以前の物理理論では解明できなかった問題の難しさを理解するためには電磁気学や統計力学の知識を動員しなくてはならない³⁾、前期量子論は高度な解析力学を駆使するので⁴⁾、やはり量子論以前の理論をよく知っている必要がある。

逆に、後知恵に基づいて要領よく再構成された「いいとこどりの歴史物語」だけを学ぶと、先人の苦勞が見えず、史実を誤解してしまう恐れがある。量子論の歴史的アプローチは、物理の学習コースとしても歴史の学習コースとしても徹底しにくいように思われる。

4. 論理的アプローチ

紆余曲折の足跡をたどるのが歴史的アプローチだとすると、論理的アプローチは、前提から結論に向かって無駄のないストレートな道筋をたどる学習法である。どんな学問分野でも（学問分野に限らずとも）先人の迷いや失敗までも経験しないと学修できないとしたら、恐ろしく効率が悪いだろう。成功の秘訣を伝授し、他人の経験の要点を知識として吸収することにかけては人類は特異な能力を持っている。ここまで言うと大袈裟かもしれないが、これこそが文明を築いた力である。

例に漏れず、量子力学においても論理的アプローチが幅を利かせている。物理系の状態はヒルベルト空間のベクトル（波動関数）で表され、物理量はヒルベルト空間に作用する自己共役演算子で表される。物理量の測定値として出現し得る値は自己共役演算子の固有値として求められる。ある状態において物理量の測定値が顕在化する確率は、ボルの確率公式で求められる。物理系の状態の時間変化はシュレーディンガー方程式を解いて求められる。以上が量子力学の骨子である。あとは実際の系を記述するのに適当なヒルベルト空間やハミルトニアンを設定して（モデルを作って）エネルギーなり確率なりを計算するのが量子力学の応用編である。

5. 分野の展開

量子力学を足がかりとして原子分子物理・物性物理・原子核物理・素粒子物理などの分野が展開していく。歴史的にそういうふうにものごとは進んだし、個人が研究を行う際も、まず量子力学を学んでから各分野を専攻することになる。

量子論自体の研究も進行していった。さしあたって完成した量子力学は原子についての理論だったが、すぐに電磁場の量子論づくりが始まった。理論だけの都合からしても、相対論と量子論とを融合する理論としては時空に横たわる場を扱う量子論が有望だと思われるし、現実の物理現象を記述・

予測する目的からも、原子だけでなく電磁場も量子論で扱えなければ、原子が電磁波を出したり吸収したりする現象を量子論で扱いきれたことにならないからである。

場の量子論の顕著な特徴として、粒子が生まれたり消えたりする過程を記述し、そのような現象の確率を予測できるという点がある。普通の力学は、粒子の個数は一定不変という前提のもとに、粒子の位置の時間変化を追跡・予測するが、場の量子論は、個数が変わる粒子のシステムを記述する。光子というものは個数が決まっておらず、電子から発射されて数が増えたり、電子に吸収されて数が減ったりする。電磁場を量子論的に扱おうと、電磁場の状態変化が光子の個数変化として捉えられる。

この考え方は、光子以外の他の粒子にも適用できる。場の量子論では、場が「エネルギーの高い状態」になっていることが「粒子があるという状態」であり、場が「エネルギーの一番低い状態」になっていることが「粒子がない状態、すなわち真空」なのである。この観点では、粒子は未来永劫にわたって存在するものではなく、場の束の間の状態にすぎない。

しかし、個数無制限の粒子を扱う場の量子論は、理論づくりの面で多くの困難があった。とくに日本の朝永振一郎とアメリカのファインマン、シュウィンガー、ダイソンが電子と光子の相対論的場の量子論（量子電磁力学）の建設に決定的な貢献をして、場の量子論は「使えるもの」になった。その後、場の量子論は電子と光子以外の粒子にも適用できるように拡張され、素粒子論に場の量子論は欠かせないものになっている。

物性物理学では、おびただしい個数（ 10^{23} 個とか）の電子の挙動を研究するが、そのような場合も、同種粒子の個数を無制限に扱える場の量子論は役に立つ。逆に、物性物理の超伝導の研究が「対称性の自発的破れ」のような新しい概念を場の量子論にもたらすこともある。この概念は、その後、素粒子の質量生成機構として素粒子論に組み込まれ、ヒッグス粒子の予測と発見へとつながってい

る。また、統計力学と場の量子論は親和性が高く、一方の研究方法は他方にも使えることが多い。

光と原子は量子論の生まれ故郷のようなものであるが、光と原子の挙動を量子論で理解できるようになったおかげで、レーザーという新しい光の状態が作り出され、量子光学と呼ばれる分野が開拓されている。レーザーそのものが研究対象になるだけでなく、他の研究の道具になったり、工学的に利用されたりもしている。例を挙げると、GPS人工衛星にも搭載されている精確な原子時計や、原子を絶対零度近くまで冷やすレーザー冷却法、Blu-ray、レーザープリンタ、光ファイバー通信などはみなレーザーの応用である。レーザーでなくても、発光ダイオードや蛍光灯も原子のエネルギー準位間の遷移によって放射される光子を利用している。さらに、原子や光の量子論的特質を情報科学的な観点から研究・利用しようとする人も現れ、量子暗号や量子コンピュータといった研究分野が出現している。1900年にプランクが輻射の量子論を創始し、1905年にアインシュタインが光量子（光子のことをそう呼んだ）の概念を言い始めたとき、後世に量子論がこんなにも役に立つことになるとは思ってもみなかったろう。

6. 数学との交流

量子力学の体系を数学的に整えることや量子力学の問題を解くことが、数学の研究に動機・刺激を与えることもある。

ボルンたちが創った量子力学は、行列の数学を使って原子のエネルギー準位を求める仕組みになっていた。また、シュレーディンガーの波動力学は偏微分方程式を使って同様の問題を解いた。量子力学を確固たる数学的体系に仕上げるためにフォン・ノイマンはヒルベルト空間と作用素の理論を創り上げた。ディラックのデルタ関数というアイデアを数学的に健全なものにするためにシュワルツは超関数の理論を創った。

数学の関数解析という分野は量子力学に動機付けられて発展している面がある。ハミルトン演算

子の自己共役性を証明する問題や、固有値・固有関数を求める問題、束縛状態の安定性を証明する問題⁵⁾、散乱状態を求める問題などは、それぞれ独自の数学分野として発展している。

数学者カルタンのスピノル理論は、電子のスピン理論や相対論的量子論に取り込まれていったし、ワイルのゲージ理論は、当初は電磁場と重力場の統一理論として考案されたものの、そのままでは物理の理論としては使えなかったが、後に弱い相互作用と強い相互作用の場の量子論に発展している。数学のファイバー束と接続の理論も、物理学のゲージ場の理論とともに発展している。群の表現論は原子のエネルギー準位の対称性の分析や素粒子の分類に欠かせないものになっているし、表現論を使って未発見の素粒子を予言することもできるようになった。

また、いわば量子論の「数学的仕上げ」として、量子論理や作用素環の理論が生まれた。観測問題を数理的に扱う量子測定理論も発達してきた。

こんなふうに量子論と数学との友好的・建設的な関係を示す例は枚挙に暇がない。

7. 量子論を基礎付ける

以上で量子力学の概要と量子力学に端を発する分野の展開を概観してきた。いまでは量子力学は他の分野の研究道具か、数学的問題の発生源ではないのかというと、そうでもなく、量子力学そのものが現在進行中の研究対象でもある。とくに量子基礎論 (foundations of quantum physics) と呼ばれる最近の研究の動向を紹介しよう。

基礎 (foundation) という言葉が何を指すかという点は注意が必要だろう。基礎は初歩や入門 (elementary, first course) とは違う。量子基礎論とは、一言で言えば、量子力学のよって立つところを明らかにしようとする研究分野である。量子力学はさまざまな仮定の上に成立しているが、過不足のない仮定はどれだけなのか明らかにしたい、その仮定の根拠は何なのか知りたい、量子力学と、他の物理理論、とくに古典力学との関係・共通点・

相違点を明らかにしたい、また、量子力学以外の理論はあり得なかったのか考えたい、量子力学的なミクロの世界について我々はどれだけのことを知り得るのか、見落としていることはないか、あるいはミクロ世界を操ることに関して原理的な限界はあるのか。そういったことを研究するのが量子基礎論だと言ってよさそうである。

なぜそのような問題意識が生じるのかというと、現行の量子力学は、ヒルベルト空間と演算子という非常に抽象的で非経験的な概念を用いて定式化されているからである。

原子や電子は、直接見ることはできないが、どこそこにあると指示できるし、それらがあると考えるといろいろなことがうまく説明できて、その概念と理論を用いて実験装置を組み立てると予期したとおりの現象を引き起こせる例（蛍光灯や GPS）がふんだんにある。「電子という概念が便利だということと、電子が実在することは別だ」とか「電子は人間の思惟の産物であり便利な道具にすぎない」と言い張ったところで何かを得たことにはならないし、あまりにも人間の観念中心の世界観のような気がする。それよりは、人間がいなくても、人間が認識しなくても、この世界は存在し、この世界には何らかの秩序が備わっていて、その一部分を人間は知ることができると思うほうがよほど自然だし、自然界のパーツとして生きる人間の位置付けとして正しい気がする。

しかし、原子や電子の実在性は認めたとしても、ヒルベルト空間や演算子が電子と同じレベルで実在するとは考えにくい⁶⁾。ヒルベルト空間やハミルトニアンは、実験室で発見されるようなものではない。どう考えても、それらは物理の本とノートと人の頭の中だけにある概念であり、現実世界で起こることを言い当てるための帳簿のようなものにすぎない。だいたい、現実世界の一つのものに対応する量子論の記号は一意的ではなく不定性がある。つまり、理論概念は現物の唯一の代替物ではない。例えば、ヒルベルト空間の状態ベクトルの位相因子をどう選んでも物理的予測は変わらないし、ハミルトン演算子に定数項を足しても物理

的予測は変わらない。言い換えると、状態ベクトルは直接観測されるものではないので、不定性があってもかまわないように理論はできている。そこで、もっと直接経験的に確かめられる原理や概念から量子力学全体を構築し直すべきではないかという動機が生じる。

他の物理理論を見渡してみると、例えば熱力学は、熱平衡状態の存在・エネルギー保存則・不可逆過程の存在という、経験的に^い厭というほどよく確かめられた原理から演繹推論によって組み立てられる。特殊相対性理論は、光速不変の原理と相対性原理という、確かめる手立てのある原理から導かれる。要するに、熱力学や相対性理論は、現実世界で何かを操作することによって確かめられるような原理・仮定から理論全体が構築されている。

それに対して、量子力学の出発点の仮定や概念は現実世界の何かをいじって確かめられるものではない。量子力学の正しさは、結論の正しさによってのみ検証され、仮定そのものは検証不能であるように思われる。こういう状況は不満だということで、量子力学をなるべく直接検証可能な仮定の上に作りたいという動機が生じる。

古くは 1936 年にフォン・ノイマンとパーコフが創めた量子論理は、ヒルベルト空間に頼らずに量子力学を定式化したいという動機から生まれた⁷⁾。量子論理は古典論理を拡張した形式論理であり、結局、ヒルベルト空間上の射影演算子で表現される論理と同形になって、現行の量子力学を正当化しようとするものだ⁸⁾。また、シーガルは、ヒルベルト空間の存在を仮定せず、物理量の和差積の代数とそれらの期待値だけから量子論を再構成するような C^* 代数の理論を創始した。この研究の流れは荒木・ハークの代数的場の量子論へと受け継がれている⁹⁾。また、古典力学と量子力学とをより抽象度の高いトポス論理構造に包括しようというデーリング・アイシャムの理論がある¹⁰⁾。

一方で、20 世紀に勃興した新しい数学分野とも言える情報理論の観点から量子力学を基礎付ける試みも始まっている。パプオフスキーらはベルの不等式の破れ¹¹⁾ のような量子論に特有の現象が情

報理論的な原理からも導かれることを示し、注目を集めている¹²⁾。

8. 基礎付けは必要か？

現在、量子力学の基礎的な側面が研究対象となっており、何を基礎とすべきかということについて諸説あるなどと言うと、いままで理論の拠って立つ根拠があやふやなまま量子力学を使っていたのか、と驚かれるかもしれない。しかし、物理学はそういう形でしか進歩できないものだと思う。暫定的な仮説を立てて、そこから出て来る結論が実験と合うことを確認する、さらに理論予測どおりに新現象が発見されたり、理論設計どおりにものが動くことが何度も確認されれば、帰納的に物理理論の確証度が高まる。それは、仮説を「よりもっともらしい」と考える他の仮説から演繹して妥当性を保証する作業とは別のプロセスである。

私自身の考えを述べる。熱力学の不可逆過程の原理はマクロ世界の経験則である。また、相対性理論の光速不変の原理は日常生活の中でチェックするのは難しいが、「光速不変」という言葉の意味はマクロ世界で解釈できる。そういったマクロ世界の物理理論は経験則と矛盾しないように作られるべしというリクエストなら納得できるが、マクロ世界の経験則が通用しないことが散々わかっているミクロ世界の物理理論を、わざわざマクロ世界の経験で基礎付けてやろうとするのは、逆行的とも言えるし、挑戦的とも言える。

マクロ世界の言葉でどうにか言えそうな仮説からベル不等式の破れが導けたとしても、それは初めの一步である。一つの問題でうまくいくだけでなく、すべての問題において量子力学と同等か、それ以上により答えを出せる理論にならないと物理の理論としては未熟だと思う。

ちなみに私は、経験・操作で確かめられそうな情報理論的原理からのアプローチよりも、物理量代数と状態の存在を認めて、そこから古典力学も量子力学も構築する代数的アプローチのほうが、理論の構成としては頼もしいと思っている¹³⁾。

それにしても、基礎というものは、いつひっくり返るかわからないものだ。統計力学の基礎も、近年ずいぶん理解が改められ、昔の、エルゴード仮説による統計力学の基礎付けは完全にあてが外れてしまったようである（エルゴード仮説が正しかろうが間違っていようが統計力学とは何の関係もないというのが最近の専門家の見解らしい¹⁴⁾）。似たような「基礎の転覆」が量子力学でも起こるかもしれないので、注視したい。

参考文献

- 1) M. Planck, "On the theory of the energy distribution law of the normal spectrum," *Verhandl. Dtsch. phys. Ges.* **2**, 237 (1900). 輻射のエネルギーが飛び飛びの離散的な値をとるという考えを明確に示した。原文はドイツ語だが英訳もネットで見つかる。
- 2) B. L. van der Waerden (editor), *Sources of Quantum Mechanics*, Dover (1968).
- 3) 朝永振一郎『量子力学 I』(第2版)みすず書房 (1969).
- 4) M. Born, *The Mechanics of the Atom*, G. Bell and Sons Ltd. (1927, ドイツ語版 1924). 解析力学を華麗に使いこなしており、古典力学の教科書と見まごう。ネットの Universal Library で全文無料閲覧可能。
- 5) W. Thirring (editor), *The Stability of Matter: From Atoms to Stars: Selecta of Elliott H. Lieb*, 3rd ed. Springer (2001). クーロン力だけを考慮した量子力学で水素原子の基底状態の存在が示されたからといって、物質一般の安定性が証明されたことにはならない。物質の安定性の数理に関する論文集。
- 6) 谷村省吾「波動関数は実在するか」数理科学 2013 年 12 月号 p.14.
- 7) M. Rédei (editor), *J. von Neumann: Selected Letters*, History of Mathematics, AMS (2005), p.59.
- 8) V. S. Varadarajan, *Geometry of Quantum Theory*, 2nd ed. Springer (1985).
- 9) 荒木不二洋『量子場の数理』岩波書店 (2001).
- 10) A. Döring and C. J. Isham, "A topos foundation for theories of physics I-IV," *J. Math. Phys.* **49**, 053515-053518 (2008).
- 11) 谷村省吾「揺らぐ境界」別冊日経サイエンス No. 199, 量子の逆説, p.66 (2014), 詳しい補足記事がネットにある。木村元「量子力学に現れる非局所性の意味」数理科学 2014 年 12 月号 p.36.
- 12) M. Pawłowski *et al.*, "Information causality as a physical principle," *Nature* **461**, 1101 (2009). G. Chiribella *et al.*, "Informational derivation of quantum theory," *Phys. Rev. A* **84**, 012311 (2011). 木村元「情報から生まれる量子力学」別冊日経サイエンス No. 199, 量子の逆説, p.76 (2014).
- 13) 谷村省吾「21 世紀の量子論入門」理系への数学 (現代数学社) 2010 年 5 月号 ~ 2012 年 4 月号連載。谷村省吾「量子古典対応」数理科学 2012 年 4 月号 p.19.
- 14) 杉田歩「量子統計力学の基礎付けについて」数理解

析研究所講究録 1507 巻 147 (2006). 田崎晴明『統計力学 I』培風館 (2008) 第 4 章 . S. Sugiura and A. Shimizu, “Thermal pure quantum states at finite temperature,” Phys. Rev. Lett. **108**, 240401 (2012).

(たにむら・しょうご, 名古屋大学大学院情報科学研究科)