

コラム：メイドインジャパン物理用語

「小澤の不等式」

谷村 省吾

名古屋大学大学院情報科学研究科 (2017年4月から情報学研究科)

科学上の発見・発明は発見者の名前を付けて呼ばれることが多い。ニュートンの万有引力の法則や、オームの法則、シュレーディンガー方程式などは最たる例だろう。このように人名にちなむ命名法をエポニムという。とは言え、必ずしも第一発見者の名前が付けられるわけではない。むしろ、科学上の発見には第一発見者ではない人の名前が付けられるという経験則（スティグラの法則）が言われるくらいだ（発見のきっかけを作った人や、完成形を作った人、象徴的な偉人の名前が付けられる）。その上、発見者が複数いて、その中に日本人がいた場合、外国では日本人の名前は付けられないことが珍しくない（例えば、南部-ゴールドストーン粒子と呼ばれる粒子は外国では Goldstone boson と書かれることが多い）。この種の問題は、科学の問題というよりは、知識の伝わり方の問題であり、一概に良いとも悪いとも言えない。

近年、「小澤の不等式」と呼ばれる新概念・数式が注目を集めている。これは量子力学の不確定性関係の定義と証明をやり直して厳密に仕上げた数式である。ここでは、 A という物理量（粒子の位置など）をなるべく正確に測ろうとすると、他の物理量 B （運動量など）の値に不測の変化をもたらしてしまうことを「 A と B が不確定性関係にある」という。物理量 A の真の値と実測値との差を「 A の測定誤差」といい、 $\varepsilon(A)$ で表す。この測定の際に生じる物理量 B の値の変化を「 B が受ける擾乱」といい、 $\eta(B)$ で表す。その他に、ミクロ系そのものに内在する「量子ゆらぎ」がある。つまり、同じ状態の粒子を多数用意して誤差ゼロの理想的な方法で物理量 A を測ったとしても、測定値は一定ではないことがある。このような値のばらつきは標準偏差という数値で表される。 A の標

標準偏差を $\sigma(A)$, B の標準偏差を $\sigma(B)$ とすると, これら諸量の間

$$\varepsilon(A)\eta(B) + \varepsilon(A)\sigma(B) + \sigma(A)\eta(B) \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle|$$

という関係式が成り立つことを小澤正直氏は証明し, 2003 年に発表した。これが小澤の不等式である。

原子・電子・光子などのマイクロ世界の法則として量子力学が確立したのが 1925 年頃だが, 量子力学は抽象的・数学的な理論であり, その物理的解釈はすぐには定まらなかった。量子力学は原子のエネルギー準位などを計算できる理論だけれども, 当時の物理学者たちはマイクロ世界をどのように思い描いたらよいかわからなかったのだ。そこで, ハイゼンベルクはいろいろな思考実験を巡らし, 1927 年に不確定性関係を見出した。その帰結として, 粒子の位置と運動量を同時に正確に測ることはできない。ニュートン力学では初期位置と初速度が正確にわかれば粒子の未来の軌道は完全に決まると考えられていたが, 不確定性関係はそのような決定論的世界観を打ち壊したのだ。

しかし, その後の不確定性関係の歩みは一本道ではなかった。ハイゼンベルク自身は, あらゆる状況で成立する不確定性関係式を証明したわけではないし, 誤差や擾乱の数量的定義を与えたわけでもなかった。ワイル, ケナード, ロバートソンたちは A, B の標準偏差に関して

$$\sigma(A)\sigma(B) \geq \frac{1}{2} |\langle [A, B] \rangle|$$

という不等式を証明した。ただし, これは量子ゆらぎに由来する A と B の値のばらつきの関係式であり, 「 A の測定行為が B の値を乱す」という関係を表すものではない。この他にも, アーサー, ケリー, グッドマン, 石川史郎, 渡辺優, 沙川貴大, 上田正仁という人たちが, 別バージョンの, 数式も意味もロバートソンのものとも小澤のものとも異なる不確定性関係式を提案している。また, 情報理論という新分野の勃興に伴って, エントロピーの不確定性関係も見出されている。2013 年には小澤の不等式を改良したブランシアードの不等式が発表され, 検証実験も行われている。

こうやって歴史を振り返ると, 不確定性関係はマイクロ世界とマクロ世界の差異を際立たせるディスプレイとして十分な役割を果たしており, 誰が言ったこ

とが正しいか間違っているかを争う問題ではない気がする。思うに、科学の研究は壮大なスケールのリレー競技のようなものであり、誰かが発見したり思いついたりしたことを別の人が読み聞きして、新たな発見を少しずつ付け足してアイデアを改良・蓄積して行って、気がついたら遠いところに到達しているものなのだろう。その遠大な道のりの最初の一步を踏み出した人や難所を越えるために大きな貢献をした人の名前を記念して残せばよいのだろう。

(このコラムに関して数式も盛り込んだ詳しい解説記事をパリティ誌のウェブページに掲載します。)

原稿作成 2015年8月26日